

Esercizi di dinamica del punto materiale – III

1. Su un piano orizzontale privo di attrito un corpo di massa $m = 3 \text{ Kg}$ procede con velocità $v=8\text{m/s}$. Ad un certo istante il corpo entra in contatto con un respingente, che può essere schematizzato come una molla di costante elastica $k = 2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$, inizialmente in posizione di riposo. Supponendo che l'asse della molla e la direzione della velocità del corpo coincidano e che siano trascurabili gli attriti nella struttura respingente, calcolare la massima variazione di lunghezza subita dalla molla per effetto del contatto con il corpo.

[0.3 m]

2. Un punto materiale di massa $m=0.8 \text{ Kg}$ si muove di moto rettilineo in direzione x sotto l'azione di una forza conservativa la cui energia potenziale è $U(x)= - b/x+ a/x^3$ ($a=30$; $b=20$ in unità MKS). Sapendo che l'energia meccanica totale di cui è dotato il punto è $E=10 \text{ J}$, calcolare la massima velocità che il punto può assumere. (Il moto avviene nel semiasse positivo delle ascisse)

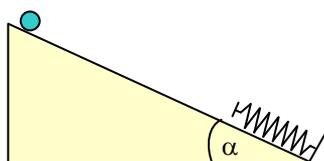
[$v = 6.4 \text{ m/s}$]

3. Un blocco di massa $m=1\text{Kg}$ colpisce una molla orizzontale di peso trascurabile e di costante elastica $k=2.0 \text{ N/m}$. Il blocco comprime la molla di $\Delta x=4.0 \text{ m}$. Sapendo che il coefficiente di attrito tra blocco e superficie orizzontale è $\mu=0.25$, calcolare la velocità del blocco al momento della collisione.

[$v = 7.2 \text{ m/s}$]

4. Un corpo di massa m incomincia a scivolare da fermo lungo un piano inclinato di lunghezza L e formante un angolo α con l'orizzontale. 1) Se il coefficiente di attrito è μ , trovare la velocità del corpo quando arriva in fondo al piano inclinato. 2) Se, giunto in fondo, scivola ancora orizzontalmente su una superficie che ha le stesse caratteristiche del piano inclinato, trovare quanto spazio percorre prima di fermarsi.

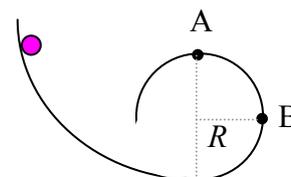
$$[v = [2 g L(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)]^{1/2} ; d = L(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) / \mu]$$



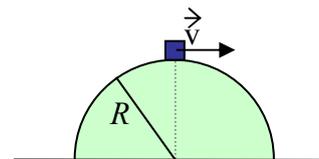
5. Calcolare la lunghezza che percorre la biglia di massa $m = 50 \text{ g}$ sul piano inclinato e la sua velocità prima di toccare la molla di costante elastica $k=500 \text{ N/m}$, sapendo che la pallina parte da ferma dalla sommità del piano inclinato di pendenza $\alpha = 30^\circ$ e che la molla viene compressa al massimo di 5 cm .

[2.5 m; 4.9 m/s]

6. Si consideri la guida mostrata in figura, formata da uno scivolo al quale è collegato un anello di raggio R , sul quale può scorrere senza attrito una biglia di massa m . Da che altezza deve partire (con velocità iniziale nulla) la biglia affinché la forza esercitata contro la guida in A sia uguale al suo peso? Qual è la forza risultante che agisce su m in B se parte da una altezza pari a cinque volte il raggio R (sempre con velocità iniziale nulla)?



7. Una cubetto di ghiaccio (da considerare come un punto materiale) è posto sulla sommità di un igloo semisferico di raggio $R = 10 \text{ m}$. Il cubetto viene poi spinto con una velocità iniziale orizzontale di modulo $v_0 = 5.0 \text{ m/s}$. Trascurando tutti gli attriti determinare:

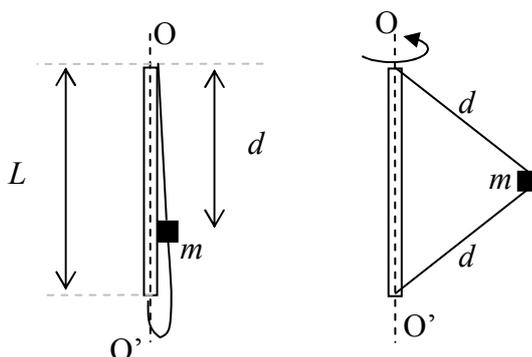


- a) a quale quota si trova il cubetto quando si stacca dalla superficie dell'igloo;
- b) il valore minimo di v_0 affinché il cubetto si stacchi dalla superficie già all'istante iniziale.

Discutere infine se è possibile, riducendo il valore di v_0 , fare in modo che il cubetto non si stacchi mai dalla superficie emisferica.

8. [Prova Scritta FCI – giugno 2009]

Un blocco di massa $m = 100 \text{ g}$ è collegato agli estremi di un'asta verticale di lunghezza $L = 2 \text{ m}$ per mezzo di due funi ideali, entrambe lunghe $d = 1.5 \text{ m}$. Si mette in rotazione il sistema attorno all'asse OO' e si constata che, quanto la velocità angolare è pari a 4 rad/s entrambe le funi sono tese. Calcolare:



- a) l'energia che occorre fornire alla massa m ;
- b) le tensioni delle funi.

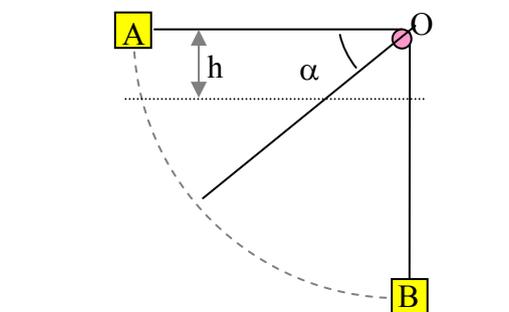
Inoltre, discutere cosa accade per $\omega^2 = 2 g / L$.

9. [Prova Scritta FCI – 17 febbraio 2011]

Un'auto di massa $M = 950 \text{ Kg}$, partendo da ferma dalla base di una salita (assimilabile ad un piano inclinato formante un angolo $\theta = 9^\circ$ con l'orizzontale), deve superare un dislivello $h = 200 \text{ m}$ per arrivare alla sommità con una velocità $v_f = 90 \text{ Km/h}$. Oltre che alla forza peso l'auto è sottoposta ad una forza passiva (dovuta alla resistenza dell'aria) il cui modulo è dato da: $f_a = \alpha + \beta v^2$. Si calcoli il lavoro che il motore deve effettuare per superare tale dislivello nel caso in cui il moto sia uniformemente accelerato. Si assuma : $\alpha = 218 \text{ N}$, $\beta = 0.70 \text{ Kg/m}$ e si trascuri l'effetto dell'attrito delle ruote sul terreno.

10. [Prova scritta di FCI - 21 luglio 2008]

Un corpo A di massa $m_A = 2 \text{ Kg}$ è collegato tramite un filo inestensibile di lunghezza $L = 4 \text{ m}$ ad un corpo B di massa $m_B = 3 \text{ Kg}$. Il filo passa nella gola di una carrucola fissa posta in O. Inizialmente il corpo B è poggiato su un piano orizzontale ed il filo OB è verticale, mentre A è tenuto in quiete con il filo OA teso e orizzontale ed inoltre si ha $OA = OB$.



Ad un certo istante di tempo si lascia andare il corpo A.

- a) Calcolare la velocità del corpo A quando esso si è abbassato (in verticale) di $h = 30 \text{ cm}$, sapendo che B non si è staccato dal piano di appoggio.
- b) Determinare l'angolo α di cui ruota AO in corrispondenza del quale il corpo B si solleva dal piano di appoggio.

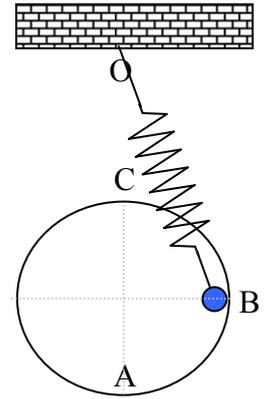
11. [Prova Scritta di Fisica Generale 1 – 12 settembre 2012]

Una biglia di massa $m = 15.0$ g, da assimilare ad un punto materiale, è vincolata a muoversi su una guida circolare verticale di raggio $R = 2.0$ cm, inoltre è connessa ad una molla, di costante elastica $k = 100$ N/m e di lunghezza a riposo $l_0 = 12.0$ cm, che all'altro capo è fissata ad un punto O.

Quando la biglia transita per il punto C la molla è in posizione verticale e non è deformata. Quando transita per A la biglia ha velocità $v_A = 10$ m/s. Determinare:

- la deformazione della molla quando la massa si trova nella posizione B;
- l'energia cinetica della biglia quando si trova in C;
- la reazione vincolare esercitata dalla guida sulla biglia quando questa si trova nella posizione C;
- la reazione vincolare quando la biglia si trova nella posizione B.

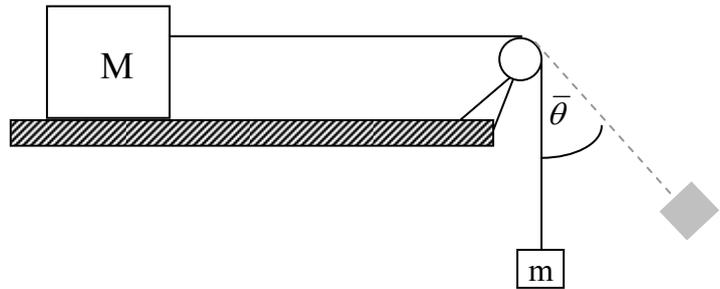
[nota: le posizioni A,B,C sono indicate in figura]



[(a) 2.1 cm; (b) 0.82 J; (c) 82 N; (d) 80 N]

12. Una massa $M = 5$ Kg è in quiete su un piano scabro con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.4$. Essa è collegata ad una massa $m = 1$ Kg mediante una fune ideale (inestensibile, perfettamente flessibile, di massa trascurabile) che passa nella gola di una puleggia priva di attrito (vedi figura). La lunghezza della fune oltre la puleggia è $L = 5$ cm. Se la massa sospesa m viene posta in

oscillazione sollevandola fino ad un $\bar{\theta}$ e lasciandola quindi cadere, si chiede: (1) il valore massimo $\bar{\theta}_{MAX}$ di $\bar{\theta}$ fino al quale la massa M continua a rimanere in quiete; (2) la velocità di m quando passa per la verticale nel caso in cui $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{MAX}$; (3) il valore della tensione della fune quando m passa per la verticale sempre nel caso in cui $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{MAX}$.



[(1) $\bar{\theta}_{MAX} = 60^\circ$; (2) $v = 0.7$ m/s; (3) $T = 19.6$ N]

13. Due prismi retti omogenei, di uguale densità e lunghezza, sono posti come è mostrato in figura tra un piano orizzontale ed una parete verticale. Nella configurazione mostrata, il prisma A (con sezione triangolare di base ed altezza L) da una parte poggia con uno spigolo contro la parete verticale e può scivolare con una faccia sul prisma B (con sezione triangolare di base L ed altezza $2L$).

Il prisma B, a sua volta, può scivolare sul piano orizzontale ed è premuto da una molla ideale di costante elastica K fissata perpendicolarmente alla faccia verticale.

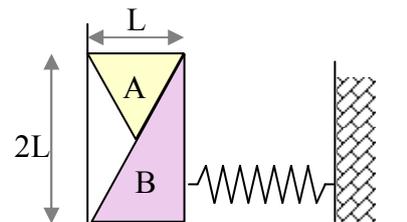
Il sistema viene lasciato libero, nella configurazione iniziale mostrata in figura con la molla a riposo.

Tutte le superfici sono prive di attrito; la configurazione del sistema è tale che non sono possibili rotazioni.

Determinare:

- il modulo delle velocità dei due prismi nell'istante in cui lo spigolo inferiore di A raggiunge il piano orizzontale;
- la compressione Δx della molla corrispondente alla posizione di equilibrio del sistema.

Sia $K=400$ N/m; $L=10$ cm; $M_A=800$ g massa del prisma A.



[(a) $v_A \approx 0.69$ m/s; (b) $\Delta x \approx 3.9$ cm]