

## IIASS

International Institute for Advanced Scientific Studies  
“Eduardo R. Caianiello”

Circolo di Matematica e Fisica  
Facoltà di Scienze — Università di Salerno

### Premio

**Eduardo R. Caianiello**

per gli studenti delle Scuole Secondarie Superiori

Prova del 30 Aprile 2002

#### Esercizio n. 1

Questo esercizio consiste nella dimostrazione di un teorema ed in una sua applicazione.

Si consideri un triangolo  $ABC$  ed una retta che intersechi il lato  $AC$  nel punto  $B_1$ , il lato  $BC$  nel punto  $A_1$  ed il prolungamento del lato  $AB$  nel punto  $C_1$ .

- Dimostrare che

$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1$$

Questo teorema è dovuto a Menelao di Alessandria, vissuto nel primo secolo dopo Cristo, ed è pervenuto a noi attraverso la traduzione in arabo del suo libro “Spherica”.

Si scelga sulla mediana  $AD$  di un triangolo  $ABC$  un punto  $K$  tale che

$$\frac{AK}{KD} = 3$$

e si indichi con  $P$  l'intersezione della linea  $BK$  con il lato  $AC$ .

- Calcolare il rapporto tra le aree dei triangoli  $ABP$  e  $PBC$

#### Esercizio n. 2

Un piccolo satellite di massa  $m$  e raggio  $a$  orbita, descrivendo una traiettoria circolare, attorno ad un pianeta di massa  $M$ ; durante il suo moto il satellite volge sempre la stessa faccia verso il pianeta, come accade per la nostra luna.

- Calcolare la distanza critica tra il satellite ed il pianeta, al di sotto della quale i sassi in superficie si sollevano dal satellite.

$$(M = 10^{25} \text{ kg}, \quad m = 6 \cdot 10^{20} \text{ kg}, \quad a = 5 \cdot 10^5 \text{ m})$$

### Esercizio n. 3

Determinare l'ultima cifra del numero  $2^{99999}$ .

### Esercizio n. 4

La moglie di un uomo delle caverne, molto severa ed esigente, un giorno dichiarò al marito che se entro 60 giorni non le avesse portato 4 pelli di tigre, l'avrebbe abbandonato e sarebbe andata a vivere con l'uomo della caverna della collina di fronte, grande e famoso cacciatore di tigri, che certamente avrebbe soddisfatto questo suo desiderio.

L'uomo, di fronte a tale minaccia, ripose in fondo alla caverna la tavoletta su cui stava tracciando numeri, raccolse l'arco e le frecce e si addentrò nella foresta. Dopo lunga e faticosa caccia, al ventisettesimo giorno, finalmente riuscì a catturare una pelle di mammoth. Se la mise in spalle e si recò al pre-mercato di San Severino, con l'intenzione di scambiarla con 4 pelli di tigre. Ma, con suo grande sconforto, dopo le prime trattative, si accorse che quel giorno al pre-mercato di San Severino una pelle di mammoth si scambiava solo per 2 pelli di tigre; si accorse pure che una gonna di penne di pavone veniva scambiata con tre lance. Disperato, si accinse a tornare nella foresta, quando incontrò un napoletano delle caverne che conosceva tutto sulle quotazioni degli scambi al pre-mercato d'Antignano, raggiungibile a piedi in un giorno; ad Antignano si scambiava una pelle di mammoth per tre gonne di penne di pavone, ed una pelle di tigre per quattro lance. Il cacciatore, dopo aver meditato qualche istante, s'incamminò per Antignano. Sapendo che l'uomo delle caverne non aveva altri mezzi di trasporto se non le proprie gambe, si chiede di sapere se egli riuscì a portare alla sua severa ed esigente moglie, entro la scadenza fissata, le quattro pelli di tigre.

### Esercizio n. 5

Una corda di massa  $M$  è sospesa in due punti  $A$  e  $B$ . Essa assume la forma riportata in dettaglio in figura. Sapendo che il modulo della tensione nel punto  $C$  è  $|\vec{T}_C| = 30N$ , calcolare la massa totale della corda.

