IIASS
International Institute for Advanced Scientific Studies
"E.R. Caianiello"

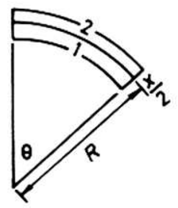
Circolo di Matematica e Fisica
Dipartimento di Fisica "E.R. Caianiello" - Universitá di Salerno

PREMIO
EDUARDO R. CAIANIELLO
per gli studenti delle Scuole Secondarie Superiori

Prova del 16 Marzo, 2004

Problema **N. 1**

Una lamina bimetallica di lunghezza l_0 è composta da due metalli che hanno coefficiente di dilatazione lineare α_1 e α_2 diversi, con $\alpha_2 > \alpha_1$; ciascuna delle due lamine metalliche ha spessore $\frac{x}{2}$. A temperatura T la lamina bimetallica risulta diritta. Calcolare il raggio di curvatura della lamina quando la sua temperatura è aumentata di ΔT, trascurando la variazione di spessore della lamina.



Problema **N. 2**

Uno dei grandi matematici del secolo scorso è sicuramente l'ungherese Paul Erdös. Contribuì all'avanzamento delle scienze matematiche non solo dimostrando importanti teoremi, ma anche proponendo "problemi ben posti" alla comunità matematica internazionale. Talvolta bandiva anche un premio in danaro, a carico suo, che assegnava al primo che avesse risolto correttamente il problema. Alla morte di Erdös la Società Matematica Giapponese ha costituito un apposito fondo per il pagamento dei premi banditi da Erdös.

Uno dei problemi posti da Erdös è il seguente: nel 1932 Eszter Klein, moglie di Szekeres, osservò che se x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 sono 5 punti giacenti in un piano, del tutto arbitrari, ma tali che tra di essi non vi siano tre punti allineati, allora è sempre possibile estrarre dai cinque punti quattro di essi con cui costruire un quadrilatero convesso. Klein si chiese: quanto vale al minimo il numero di punti su un piano, che indico con $P(n)$, di cui ho bisogno per essere sicura di poterne estrarre un sottinsieme costituito di n punti che rappresentano i vertici di un poligono convesso di n lati, sapendo che i $P(n)$ punti sono distribuiti a caso e soddisfano l'unica condizione che nessuna terna sia allineata?

Szekeres congetturò che dovesse essere

$$P(n) = 2^{n-2} + 1$$

Szekeres ed Erdös hanno dimostrato che

$$2^{n-2} + 1 \leq P(n) \leq \frac{(2n-4)!}{(n-2)!(n-2)!}$$

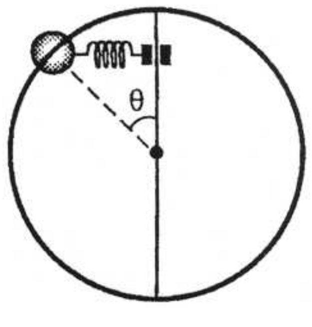
Turan e Makai hanno provato che risulta $P(5) = 9$, ma ancora nessuno ha dimostrato che P(6)=17. Erdös offrì 500 dollari per chi avesse dimostrato la congettura di Szekeres e 100 dollari per chi avesse dimostrato con un controesempio che la congettura è sbagliata.

In questa prova non chiediamo di dimostrare la congettura di Szekeres, o la sua falsità (se qualcuno di voi un giorno ci dovesse riuscire, chieda il premio alla Società Matematica Giapponese all'indirizzo edtr@jams.or.jp), ma di **dimostrare il punto di partenza di questo problema, e cioè che risulta** $P(4) = 5$.

Problema **N. 3**

Una sferetta forata puó scorrere senza attrito lungo una guida circolare posta in un piano verticale, come in figura. La massa della sferetta é $m = 10^{-2}$kg, il raggio della guida é $R = 0.5$m. La sferetta é collegata a una molla di lunghezza a riposo $l_0 = \frac{R}{10}$, di costante $k = 0.4$N/m e massa trascurabile, la quale puó scorrere lungo il diametro verticale della guida. Detto θ l'angolo che il raggio passante per la posizione della sferetta forma con il raggio che giace lungo la direzione verticale, Determinare l'angolo θ corrispondente alla posizione di equilibrio stabile della sferetta.

Si consideri ora il caso più realistico di una guida scabra, con coefficiente di attrito statico $\mu = 0.5$. Si elimini la molla.
Determinare le posizioni di equilibrio stabile della sferetta.



Problema **N. 4**

Dimostrare che $n^3 - n$ è divisibile per 6, per ogni n intero positivo.