Dipartimento di Fisica “*E.R. Caianiello*” — Università di Salerno

IIASS
International Institute for Advanced Scientific Studies
“Eduardo R. Caianiello”

Circolo di Matematica e Fisica

Premio
Eduardo R. Caianiello
per gli studenti delle Scuole Secondarie Superiori

Prova del 16 Marzo, 2007

Problema **N. 1**

In una giornata di bel tempo si misura il vettore intensità del campo elettrico $\vec{E}$ immediatamente al di sopra del suolo e si trova che esso è ortogonale alla superficie terrestre, ha verso che punta verso terra ed il suo modulo vale

$$|\vec{E}| = 100 \qquad \frac{volt}{metro}$$

- Calcolare la densità di carica superficiale del suolo σ
- Calcolare la carica totale distribuita sulla superficie della terra, nell'ipotesi in cui la densità di carica superficiale σ sia costante su tutto il globo.

(Raggio della terra $R = 6.37\ 10^6$ metri; costante dielettrica $\epsilon = 8.84\ 10^{-12}\ \frac{Coulomb}{Volt\ metro}$)

Problema **N. 2**

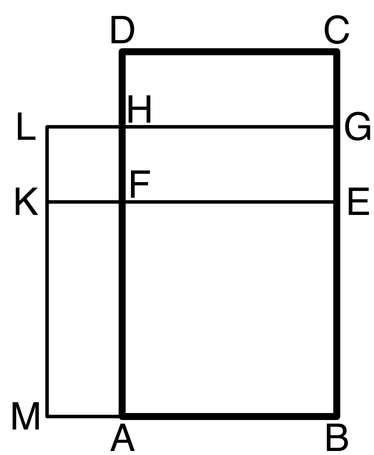
Dimostrare che due numeri naturali dispari consecutivi qualsiasi sono primi tra loro (cioè che il loro unico divisore comune è 1).

Suggerimento: una via piuttosto semplice per dimostrare il teorema è quella di procedere per *assurdo*, cioè di fare l'ipotesi che i due numeri naturali dispari consecutivi *non siano primi tra loro* e, quindi, che esista un numero naturale maggiore di uno che funzioni da divisore comune, per poi dedurre conseguenze che contraddicono le ipotesi del teorema.

Problema **N. 3**

I più antichi risultati geometrici ottenuti in India vennero raccolti a formare un corpo di conoscenze noto come il *Salvasutra* o *regole della corda*. *Salva* si riferisce alle corde usate per effettuare misurazioni e *sutra* significa libro di regole scientifiche o di carattere rituale. Di quest'opera esistono tre versioni diverse, tutte redatte in versi; la più famosa è quella che reca il nome di Apastamba, che risale forse al tempo di Pitagora. Tra l'altro vi troviamo regole per la costruzione di angoli retti per mezzo di tre cordicelle, le cui lunghezze formano terne pitagoriche, come 3, 4 e 5, oppure 5, 12 e 13, oppure 8, 15 e 17 etc.

Una delle regole date da Apastamba è la seguente: per costruire un quadrato di area uguale al rettangolo $ABCD$, di lati a e b ($a > b$), si segnino sui lati maggiori le lunghezze dei lati minori, in modo che $AF = AB = BE = CD$ e si tracci il segmento HG che divide a metà i segmenti CE e DF. Si prolunghi EF fino a K, GH sino ad L ed AB fino a M, in modo che i tre segmenti FK, HL, AM siano tutti uguali ad FH, e si tracci la linea LKM (vedi figura).

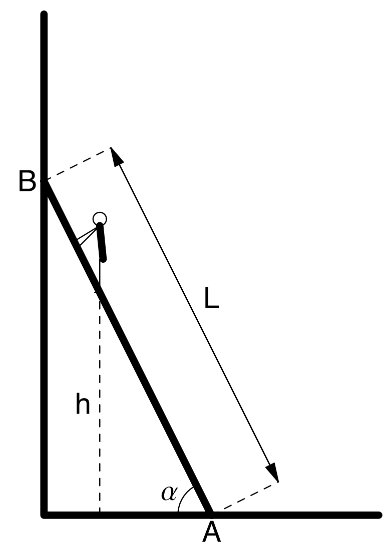


Si costruisca ora un rettangolo avente la diagonale uguale ad LG ed il lato minore uguale ad HF. Il lato maggiore di questo rettangolo sarà il lato del quadrato richiesto.

Dimostrare che la regola di Apastamba è corretta.

Problema **N. 4**

La stabilità di una scala appoggiata ad una parete dipende dalle forze d'attrito; più in alto si sale sulla scala, più diminuisce il margine di sicurezza per scivolamento. In questo problema cerchiamo di analizzare quantitativamente questo punto.



La scala ha lunghezza L e peso $m\vec{g}$; è appoggiata nel punto B contro una parete verticale liscia e forma in A con il piano orizzontale scabro un angolo α.

Una persona di peso $M\vec{g}$ sale sulla scala fino a raggiungere un'altezza h.

- Imponendo le condizioni di equilibrio, trovare il valore della componente orizzontale e verticale delle forze che si esplicano in A e in B.

- Fare il grafico della forza d'attrito esplicata in A in funzione dell'altezza h raggiunta dall'uomo sulla scala.

- Supponiamo che il coefficiente d'attrito statico sia $\mu = 0.5$ e che $M = 5\,m$; determinare l'angolo limite α che permette all'uomo si salire in sicurezza fino alla sommità della scala, senza che questa cominci a scivolare