Dipartimento di Fisica *"E.R. Caianiello"* — Università di Salerno

IIASS

International Institute for Advanced Scientific Studies

"Eduardo R. Caianiello"

Premio

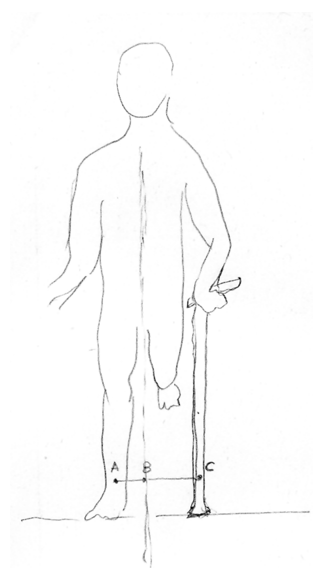
Eduardo R. Caianiello

per gli studenti delle Scuole Secondarie Superiori

Prova del 25 Febbraio 2008

Problema N. 1

Al professore di matematica e fisica duole il ginocchio sinistro in seguito ad una caduta. Per svolgere come al solito le interrogazioni degli alunni deve stare in piedi accanto alla lavagna e preferisce aiutarsi con un bastone. Supponiamo che sia in grado di esercitare con il bastone una forza sul pavimento pari ad $\frac{1}{6}$ del suo peso. Supponiamo inoltre che il suo piede destro disti $\overline{AB} = 6\ cm$ dall'asse verticale passante per il baricentro, come in figura.



A quale distanza $\overline{BC}$ deve poggiare a terra il bastone, in posizione parallela all'asse baricentrale, per rimanere in equilibrio?

Problema **N. 2**

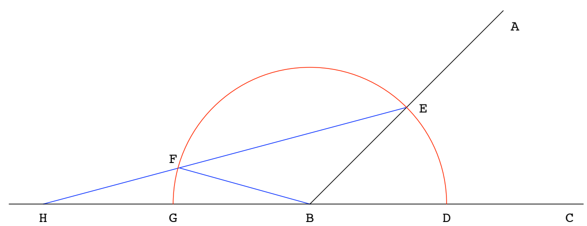
Archimede, nato a Siracusa nel 287 $a.\,C.$ e morto per mano di un soldato romano nel 212 $a.\,C$, può essere, a buon diritto, considerato il più grande matematico dell'antichità ed il padre della fisica matematica. Scarsamente noti sono i particolari della sua vita. Figlio di un astronomo, è probabile che abbia studiato ad Alessandria d'Egitto, sotto la guida dei discepoli di Euclide.

Diversamente dagli Elementi di Euclide, che sono pervenuti a noi in molti manoscritti greci ed arabi, i trattati a noi noti di Archimede derivano da un unico originale greco, ancora esistente all'inizio del XVI secolo, che era stato a sua volta copiato da un originale più antico, risalente al IX secolo. Parte delle opere di Archimede sono purtroppo andate perdute. Fra gli aspetti curiosi della tradizione con cui le opere archimedee sono giunte sino a noi, v'è la scoperta, fatta nel 1906, di uno dei suoi trattati più importanti, che Archimede aveva intitolato *Il Metodo* e di cui si erano perse le tracce sin dai primi secoli dell'era cristiana.

Lo studioso danese J. Heiberg aveva sentito dire che a Costantinopoli si conservava un palinsesto di contenuto matematico. Un palinsesto è una pergamena in cui un nuovo testo è stato sovrascritto su uno precedente, malamente cancellato. Un esame accurato gli mostrò che il manoscritto originale conteneva alcuni testi di Archimede: tutto il trattato *Sulla sfera e sul cilindro*, gran parte dell'opera *Sulle spirali*, una parte della *Misurazione del cerchio* e dell'*Equilibrio dei piani*, il trattato *Sui galleggianti*, che si trovano tutti conservati anche in altri manoscritti, e cosa più importante, l'unica copia esistente de *Il metodo*. Nel XIII secolo era stato fatto un tentativo, per nostra fortuna non molto riuscito, di cancellare il testo archimedeo allo scopo di usare la pergamena per un *Eucologion*, una raccolta di preghiere e liturgie usate nella Chiesa Ortodossa.

Il grande siracusano non disdegnava di trattare problemi elementari. Ad esempio, nel *Libro dei lemmi* troviamo (Proposizione 8) il metodo archimedeo per la trisezione di un angolo.

Sia ABC l'angolo da dividere in tre angoli uguali. Con centro in B si tracci una circonferenza che interseca il lato BC in D ed il lato AB in E e si prolunghi BC in G, come in figura. A partire da E si tracci il segmento



EFH in modo che H giaccia sul prolungamento di CDBG, F giaccia sulla circonferenza, e che il segmento FH sia uguale al raggio della circonferenza.

Dimostrare che l'angolo EHC è uguale ad un terzo dell'angolo ABC.

Problema **N. 3**

Nel trattato archimedeo *Sulla misurazione del cerchio*, una delle opere più conosciute di Archimede nel Medio Evo, si affronta il problema del calcolo approssimato del rapporto tra la lunghezza di una circonferenza ed il suo diametro (proposizione 3). Partendo dall'esagono regolare inscritto, egli calcolò i perimetri dei poligoni ottenuti raddoppiando successivamente il numero dei lati fino a raggiungere novantasei lati.

Indichiamo con p_6 il perimetro dell'esagono regolare inscritto e con P_6 quello dell'esagono regolare circoscritto. Analogamente indichiamo con $p_{6\,k}$ e con $P_{6\,k}$ i perimetri dei poligoni regolari inscritti e circoscritti aventi $6 \cdot k$ lati. Archimede dimostra che nella successione

$$P_6,\, p_6; \quad P_{6\cdot 2},\, p_{6\cdot 2}; \quad P_{6\cdot 3},\, p_{6\cdot 3}; \quad \cdots \quad P_{6\cdot k},\, p_{6\cdot k};$$

ogni termine a partire dal terzo può essere calcolato in base ai due termini precedenti, calcolando alternativamente la media armonica e la media geometrica, secondo le formule

$$P_{6\cdot h} = \frac{2\, p_{6\cdot(h-1)}\, P_{6\cdot(h-1)}}{p_{6\cdot(h-1)} + P_{6\cdot(h-1)}} \qquad\qquad p_{6\cdot h} = \sqrt{p_{6\cdot(h-1)}\, P_{6\cdot(h)}}$$

Mostrare che il perimetro del dodecagono circoscritto (P_{12}) ed inscritto (p_{12}) ad una circonferenza di raggio r coincide con il risultato che si ottiene applicando le formule archimedee, cioè che

$$P_{12} = \frac{2\, p_6\, P_6}{p_6 + P_6} \qquad\qquad (\textit{media armonica})$$

$$p_{12} = \sqrt{p_6 \, P_{12}} \qquad \qquad (media\ geometrica)$$

Problema **N. 4**

Agli estremi di una sbarretta di rame lunga $l = 3\ m$ ed a sezione rettangolare di lati $a = 0.5\ cm$ e $b = 1\ cm$ è applicata una differenza di potenziale $\Delta V = 0.1\ Volt$. Sapendo che la resistività del rame è $\rho = 1.7\,10^{-8}\ \Omega \cdot m$

- calcolare l'intensità del campo elettrico $\vec{E}$ nella barra;
- calcolare la densità di corrente $\vec{j}$ e la corrente i che fluisce nella barra;
- calcolare il numero di elettroni al secondo che fluisce atrraverso una sezione della barra ($e = 1.6\,10^{-19}\ Coulomb$).

Assumendo che vi sia un elettrone di conduzione libero per atomo di rame e sapendo che il peso atomico del rame è 63.5 e la densità è 8.96 g/cm^3

- calcolare la velocità di trascinamento media degli elettroni;
- calcolare il tempo che in media un elettrone impiega per fluire da un estremo all'altro della barra.