IIASS
International Institute for Advanced Scientific Studies
"Eduardo R. Caianiello"

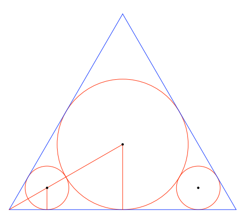
Circolo di Matematica e Fisica
Dipartimento di Fisica "*E.R. Caianiello*" — Università di Salerno

Premio
Eduardo R. Caianiello
per gli studenti delle Scuole Secondarie Superiori

Prova del 18 Maggio, 2010

Problema **N. 1**

Problema **N. 2**



Cominciamo a calcolare l'area del cerchio grande centrale. Indichiamo con l la lunghezza del lato del triangolo equilatero. Il raggio R_1 del cerchio centrale è dato da

$$R_1 = \frac{l}{2}\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{l}{2\sqrt{3}}$$

per cui l'area del cerchio centrale A_1 è dato da

$$A_1 = \frac{\pi}{12}\, l^2$$

Osserviamo ora che il segmento ρ che congiunge il centro del cerchio grande con uno dei vertici della base passa per il centro del cerchio piccolo corrispondente, ed inoltre che esso misura:

$$\rho = \frac{l}{2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

D'altra parte, se indichiamo con R_2 il raggio del cerchio piccolo, risulta

$$\rho = R_1 + R_2 + \frac{R_2}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = R_1 + 3R_2$$

da cui si ricava che

$$R_2 = \frac{1}{3}\left(\frac{l}{\sqrt{3}} - R_1\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{l}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{l}{6\sqrt{3}} = \frac{R_1}{3}$$

Pertanto l'area totale dei tre cerchi $A_{3\,cerchi}$ è dato da:

$$A_{3\,cerchi} = \pi R_1^2 + 2\,\pi R_2^2 = \frac{\pi}{12}\, l^2 + \frac{\pi}{54}\, l^2 = \frac{11}{108}\pi l^2$$

Il rapporto tra l'area dei tre cerchi $A_{3\,cerchi}$ e l'area del triangolo $A_T = \frac{\sqrt{3}}{4}\, l^2$ è dato da

$$\frac{A_{3\,cerchi}}{A_T} = \pi\frac{11}{108}\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{11}{27\sqrt{3}} = 0.739 > 0.729$$

Problema **N. 3**

Quesito a) Se un corpo è fermo rispetto alla stazione spaziale e si trova ad una distanza r dall'asse di rotazione, esso rispetto all'osservatore O si muove di moto circolare uniforme con velocità

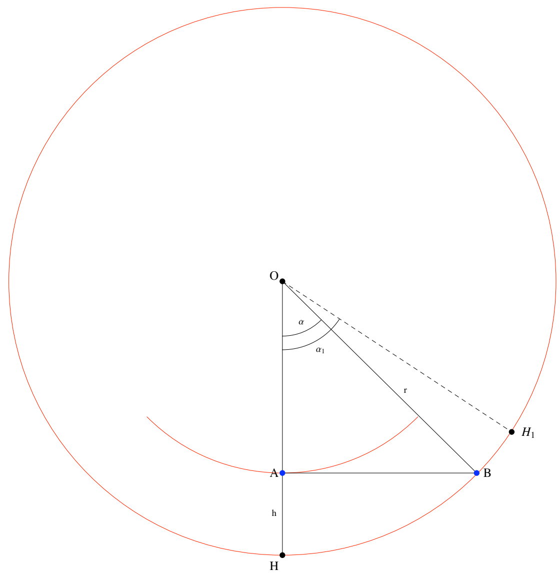
$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

il cui modulo è $v = \omega r$, e pertanto è soggetto ad una forza centripeta di modulo $m\omega^2 r$, forza che viene esercitata da un qualche dispositivo che mantiene il corpo fermo rispetto alla stazione spaziale. Un abitante della stazione interpreta tale forza come necessaria a vincere una “forza peso” che porterebbe il corpo verso il “suolo”, in modo del tutto analogo a quanto accade sulla superficie terrestre con la forza di gravità.

Da quanto detto si ricava immediatamente che, perché sia soddisfatta la condizione che la “forza di gravità” sia pari a quella terrestre, deve essere:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = 0,2s^{-1}$$

Quesito b) Prima di essere “lasciata cadere” la pallina vista dall'osservatore inerziale O si muove su una circonferenza di raggio $(r-h)$, con velocità tangente alla circonferenza ed in modulo data da $v_1 = \omega(r-h)$ Una volta “lasciata”, l'osservatore inerziale O vedrà la pallina muoversi di moto rettilineo ed uniforme lungo la direzione della tangente alla circonferenza, con velocità v_1, fino a che essa incontrerà il “suolo” del cilindro. (Vedi figura)



Quesito c)

$$\Delta t = \frac{AB}{v_1} = \frac{\sqrt{r^2 - (r-h)^2}}{\omega(r-h)} = \frac{\sqrt{2rh - h^2}}{\omega(r-h)} = 2,13\,s.$$

L'angolo α indicato in figura è tale che

$$sin\alpha = \frac{AB}{BO} = \frac{\sqrt{2rh - h^2}}{r} = 0,392$$

per cui $\alpha = 0,403$ radianti.

Nello stesso intervallo di tempo Δt, la stazione spaziale è ruotata di un angolo $\alpha_1 = \omega \Delta t = 0,426$ radianti ed il punto H si trova spostato nel punto H_1. Ne segue che la pallina toccherà il suolo in un punto che sta a sinistra del "piede" della verticale H_1, se il moto si svolge in senso antiorario, come indicato nella figura. La distanza di tale punto da H_1 è

$$\Delta x = r(\alpha_1 - \alpha) = 5,75\, m$$

Problema **N. 4**

Per dimostrare la proposizione, basta osservare che ciascun elemento della sequenza di numeri è esprimibile come il prodotto di due interi e quindi non può essere un numero primo.

Infatti prendiamo il kappesimo elemento della sequenza, che ha la forma $(Q+1)! + (k+1)$, con $1 \leq k \leq Q$; risulta

$$(Q+1)! + (k+1) = [1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k \cdot (k+1) \cdot (k+2) \cdots Q \cdot (Q+1)] + (k+1)$$

se mettiamo a fattor comune l'intero $k+1$, si ottiene

$$(Q+1)! + (k+1) = \{[1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k \cdot (k+2) \cdots Q \cdot (Q+1)] + 1\}(k+1)$$

per cui ciascun elemento della sequenza è esprimibile come il prodotto di due numeri interi.