

Esercizi di Meccanica: Gravitazione

1) Calcolare la velocità con cui deve essere lanciato un oggetto dal livello del mare (perpendicolarmente al suolo) per raggiungere la quota $z = 100$ Km, trascurando l'attrito con l'aria.

[1.4 Km/s]

2) Due studenti si trovano al polo nord e fanno una gara che consiste nel lanciare un proiettile il più lontano possibile dal centro della Terra. Hanno due fucili speciali identici e sparano con la stessa velocità ($v_0 = 8$ Km/s) un proiettile a testa. Anna (studentessa di Fisica) lancia il proiettile ortogonalmente alla superficie nella direzione dell'asse terrestre mentre Bernardo (studente di Informatica) mira tangenzialmente alla superficie terrestre in modo che il proiettile segue una traiettoria ellittica. Quale dei due vincerà la gara e quanto vale il rapporto tra le distanze massime dal centro della terra raggiunte dai due proiettili? (Si consideri la terra come una sfera omogenea)

[$R_B/R_A = 0.51$]

3) Un'astronave ha esaurito la scorta di propellente e si trova ad una distanza d dal centro del sole, con velocità $w = \sqrt{2GM_s/d}$ diretta verso il centro del Sole.

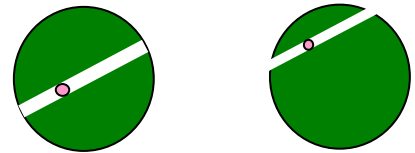
Trovare la velocità con cui arriva sulla superficie del Sole e quanto tempo impiega per arrivarci. (Si supponga il Sole sferico, e sia $d = 7.7 \cdot 10^{10}$ m)

[$v = 6.1 \cdot 10^5$ m/s; $t = 8.7 \cdot 10^5$ s]

4) Un pianeta si muove intorno ad una stella seguendo un'orbita ellittica (di cui la stella occupa uno dei due fuochi). La distanza fra il pianeta e la stella ha il valore minimo $d = 2.5 \cdot 10^{11}$ m ed il valore massimo $D = 3.2 \cdot 10^{11}$ m. La velocità areolare del pianeta, rispetto alla stella, è costante ed ha modulo $A = 3.5 \cdot 10^{15}$ m²/s. Calcolare la massa della stella.

[$M = 2.6 \cdot 10^{30}$ Kg]

5) Assimilando la Terra ad una sfera omogenea si immagini di praticare in essa un foro che l'attraversi diametralmente. Come si muove una massa abbandonata in tale foro? Si risolva il problema anche nel caso che il foro venga praticato lungo una corda.



6) Due sfere di piombo ($\rho = 11.3$ g/cm³) di diametro 30 cm si trovano inizialmente a distanza 31 cm (distanza fra i due centri). Se tali sferette, soggette solo alla forza mutua dovuta alla gravitazione universale, vengono lasciate con velocità iniziale nulla, dopo quanto tempo vengono in contatto e con che velocità? (considerare un valore medio dell'accelerazione durante la fase di avvicinamento)

[$v = 3.34 \cdot 10^{-3}$ cm/s; $t = 290$ s]

7) Due corpi aventi simmetria sferica di massa $m_1 = 1$ Kg e $m_2 = 10$ Kg e di raggi $R_1 = 20$ cm e $R_2 = 30$ cm sono soggetti solo all'interazione gravitazionale. I due corpi sono inizialmente fermi ad una distanza $D = 4$ m, che velocità avranno quando di trovano a distanza $d = 2$ m tra loro? Quanto tempo impiegano per raggiungere questa posizione? E quanto tempo impiegano per entrare in contatto?

[$v_1 = 1.74 \cdot 10^{-5}$ m/s; $t_1 \approx 74$ h 37m; $t_2 \approx 89$ h 25m]

$$t = \sqrt{\frac{D}{2G(m_1+m_2)}} \left\{ \sqrt{r(D-r)} + D \frac{\pi}{2} - D \arctan\left(\sqrt{\frac{r}{D-r}}\right) \right\}$$

$G = 6.66 \cdot 10^{-11}$ Nm²/Kg²;

per la Terra: $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ Kg; $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m

per il Sole: $M_S = 1.99 \cdot 10^{30}$ Kg; $R_S = 6.96 \cdot 10^8$ m