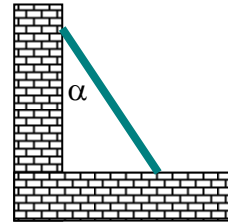


## Esercizi di Meccanica: Corpi Rigidi

1) Un'asta omogenea lunga  $L$  è appoggiata ad una parete verticale, formando con essa un angolo  $\alpha$ . Trascurando l'effetto dell'attrito sulla parete, determinare quale coefficiente di attrito deve presentare il pavimento affinché l'asta resti in equilibrio.

$$[\mu \geq \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha]$$



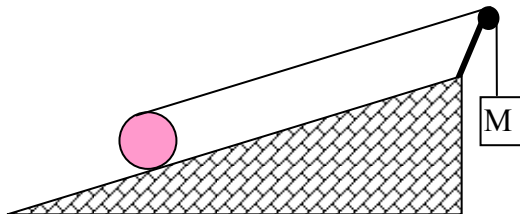
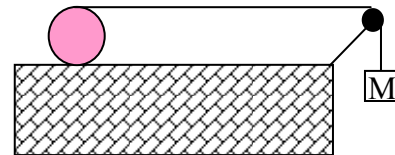
2) Un anello di massa  $m$  e raggio  $r$ , rotola senza strisciare, partendo da fermo lungo un piano inclinato di un angolo  $\alpha=30^\circ$ .

a) Determinare la legge del moto.

b) Se  $\mu=0.3$  è il coefficiente di attrito, qual è il massimo angolo di inclinazione oltre il quale il cerchio comincia a scivolare?

$$[(b) \operatorname{tg} \alpha = 0.6]$$

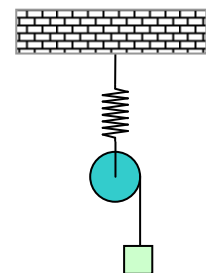
3) Una massa  $M$  è appesa ad una fune ideale avvolta su un cilindro di massa  $m$  che poggia su un piano scabro. La fune passa per la gola di una carrucola ideale come mostrato in figura. Trovare l'accelerazione di  $M$  nel caso che il cilindro esegua un modo di puro rotolamento e determinare per quali valori di  $\mu$  può avvenire tale moto.



4) Consideriamo il cilindro su un piano inclinato (vedi fig. a lato). Discutere la soluzione al variare dell'angolo di inclinazione del piano e confrontare con il problema precedente.

5) Una massa  $m$  è appesa ad un filo ideale che passa (senza strisciare) attraverso la gola di una carrucola di massa  $M$  e raggio  $R$ . La carrucola è vincolata al soffitto tramite una molla ideale di costante elastica  $k$ . Determinare l'allungamento della molla durante la caduta di  $m$  (trascurando la fase iniziale di oscillazione della molla).

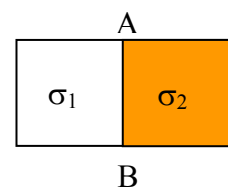
$$[Mg (3m+M)/(k(2m +M))]$$



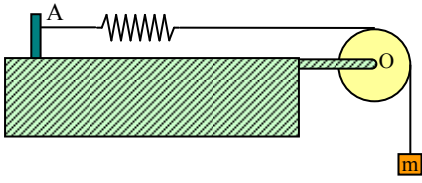
6) Due lastre piane, rigide, omogenee, quadrate, di densità superficiali  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  rispettivamente sono saldate lungo il lato  $AB$ . Il sistema è appeso ad un asse orizzontale passante per  $A$ . Per effetto della gravità, ed in assenza di attriti, qual è l'espressione dell'angolo formato, all'equilibrio, dal lato  $AB$  rispetto alla verticale?

[VII.3 M-S]

$$\theta = \operatorname{arctg}[(\sigma_2 - \sigma_1)/(\sigma_2 + \sigma_1)]$$



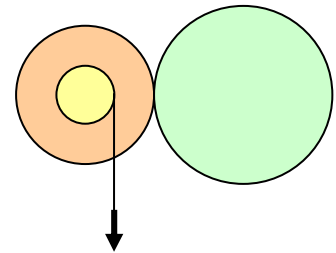
- 7) Nel sistema descritto in figura la molla di massa trascurabile ha costante elastica  $k$  ed ha un estremo fissato in A; la carrucola, costituita da un cilindro omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$ , ruota senza attrito intorno all'asse  $O$ . Il filo che collega la molla alla massa  $m$  è inestensibile, di massa trascurabile e non slitta sulla carrucola. Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni della massa  $m$  nel suo moto lungo la verticale.



[VII.26 M-S]

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + 2m}{2k}}$$

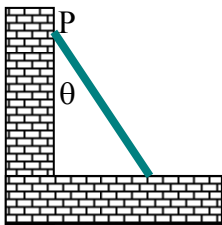
- 8) Uno studente tira una fune che passa su una carrucola di massa  $M_1=1\text{Kg}$ , di raggio interno  $r=5\text{ cm}$  e raggio esterno  $R_1=10\text{cm}$ , come mostrato in figura. La carrucola è a contatto con un disco di massa  $M_2=2\text{Kg}$  e raggio  $R_2=15\text{cm}$ . Disco e carrucola sono liberi di ruotare senza attrito attorno ad un asse passante per i rispettivi centri, mentre tra i loro bordi c'è attrito con coefficiente  $\mu=0.8$ . Nell'ipotesi che rotolino senza strisciare l'uno contro l'altro, e che lo studente tiri con una forza costante di modulo  $F=10\text{N}$ , quali sono le loro accelerazioni angolari  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ? Quale valore minimo deve avere la forza che comprime i due dischi tra loro affinché non si abbia strisciamento?



$$[\alpha_1=33.3\text{ rad/s}^2; \alpha_2=22.2\text{ rad/s}^2; F_c^{(min)} = 4.17\text{ N}]$$

[5.35 G-V]

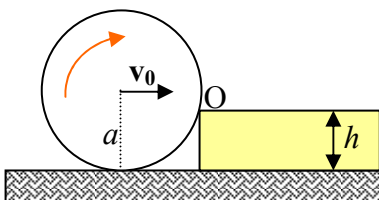
- 9) Un'asta omogenea lunga  $L$  è appoggiata ad una parete verticale. Né il muro né il pavimento presentano attrito apprezzabile. Partendo da ferma dalla posizione verticale ( $\theta=0$ ) l'asta inizia a scivolare.



- Supponendo che il punto P di appoggio con il muro sia vincolato a non staccarsi, determinare la velocità angolare finale con cui la sbarretta va a sbattere sul pavimento.
- Se il punto P è semplicemente appoggiato determinare il valore dell'angolo  $\theta$  per il quale l'asta perde contatto con il muro.

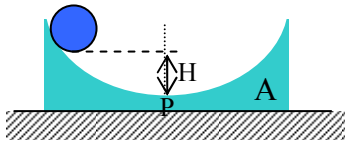
$$\omega_f = \sqrt{3g/L} ; \cos \theta = 2/3]$$

- 10) Una sfera omogenea di raggio  $a$  rotola senza strisciare con velocità di traslazione  $v_0$  su un piano orizzontale; la direzione di  $v_0$  è perpendicolare all'altezza  $h$  di un gradino ( $h < a$ ) [vedi figura]. L'urto tra sfera e blocco è tale che il punto della sfera, che viene in contatto con lo spigolo O, non slitta e non si stacca, mentre la sfera si solleva dal suolo (si tratta di un urto anelastico). Quale è la minima velocità  $v_0$  che consente alla sfera di salire sopra il gradino?



[VII.28 M-S]

$$v_0 = \frac{a}{7a-5h} \sqrt{70gh}$$



[6.14 G-V]

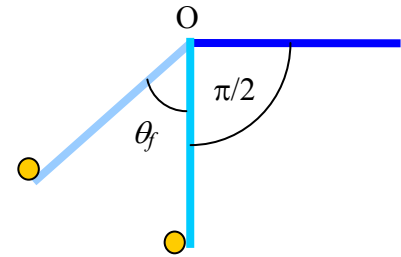
11) Un cilindro di massa  $m=1$  Kg può rotolare senza strisciare entro una cunetta scavata in un blocco A, di massa  $M=2$  Kg, poggiato su un piano orizzontale liscio. Il cilindro viene lasciato libero quando il suo punto più basso è ad una altezza  $H=53.5$  cm dal fondo P della cunetta. Trovare la velocità del cilindro quando transita per P

- a) nell'ipotesi che il blocco A sia fisso;  
 b) nell'ipotesi che il blocco A sia libero.

[a) 2.64 m/s; b) 2 m/s]

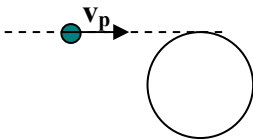
12) Una sbarretta omogenea di lunghezza  $l$  e massa  $m$  è incernierata intorno ad un asse orizzontale O. Essa viene portata in posizione orizzontale e lasciata andare da ferma. Quando essa passa per la posizione verticale, il suo estremo compie un urto completamente anelastico contro una massa puntiforme  $m$ . Quale elongazione massima  $\theta_f$  compie il pendolo dopo l'urto? (Si trascurino tutti gli attriti.)

[VIII.9 M-S]



$[\theta_f=23.6^\circ]$

13) Un disco omogeneo di massa  $M = 160$  g e raggio  $R = 34$  cm è appoggiato su un piano orizzontale privo di attrito; la giacitura del disco è anch'essa orizzontale. Il disco viene colpito da un proiettile di massa  $m = 25$  g, il quale procede prima dell'urto con velocità  $v_p$  la cui direzione è tangente al bordo del disco (urto periferico) e il cui modulo è 2.2 m/s. Nell'urto, il proiettile si conficca al bordo del disco. Determinare la cinematica del moto dopo l'urto e calcolare l'energia cinetica che si dissipa nell'urto.



$[x_c(t) = 0.30 t \text{ m/s}; y_c = 4.6 \text{ cm}; \omega = 1.38 \text{ rad/s}; \Delta K = 4.1 \cdot 10^{-5} \text{ J}]$

14) Ad una sottile sbarra uniforme di lunghezza  $a$  inizialmente ferma su un tavolo senza attrito viene impartito un impulso di modulo  $P$  in una direzione tangente al tavolo perpendicolarmente ad una delle estremità della sbarra. Determinare di quanto si sposta il centro di massa nel tempo in cui questa compie un giro completo e quanto vale il momento angolare subito dopo l'urto.

$[x_{CM} = p a / 3; |L| = P a / 2]$

